

## 医学における数理科学的諸問題 3 院内感染の強さを測る

川崎医科大学 情報科学教室\*, 検査診断学教室\*\*\*,  
川崎医療福祉大学 医療技術学部 医療情報学科\*\*

近藤芳朗\*・佐藤和孝\*\*・市原清志\*\*\*

(平成13年12月4日受理)

Mathematical Problems in Medical Science 3  
Degree of Hospital Infection

**Yoshiro KONDO\*, Kazutaka SATO\*\* and Kiyoshi ICHIHARA\*\*\***

\**Department of Information Sciences, Kawasaki Medical School,  
577 Matsushima, Kurashiki, Okayama, 701-0192 Japan*

\*\**Department of Medical Informatics, Faculty of Medical Professions,  
288 Matsushima, Kawasaki University of Medical Welfare,  
Kurashiki, Okayama, 701-0193 Japan*

\*\*\**Department of Clinical Pathology, Kawasaki Medical School,  
577 Matsushima, Kurashiki, Okayama, 701-0192 Japan*

(Received on December 4, 2001)

### 概要

院内感染の強さの目安として集積度と呼ぶ感染者の集中度を導入した。種々のランダムさをもつ感染者の分布に対して平均集積度を理論的に求めた。この理論的結果の正しいことが乱数を用いるコンピュータ・シミュレーションでも確かめられた。キーワード：院内感染、集積度、ランダムさ、複素積分

### Abstract

The degree of concentration of patients (DC) is introduced as the degree of hospital infection. The mean DC is evaluated theoretically for various random distribution of patients. This theoretical results are supported by the computer simulation. Key words : hospital infection, degree of concentration, randomness, complex integration

### 1. はじめに

最近、MRSA(ブドウ球菌)による院内感染が問題になっている。ある病棟でMRSA感染者が何人か発生した場合、これが院内感染によるものか否かをどのように判定したらよいのだろうか。院内感染の場合に、まず考えられることは感染者の病室が互いに接近し集中してるので

はないかということである。この問題を佐藤和孝（当時、医療情報学専攻大学院生）は集積度という量を導入して院内感染の度合いを定義した<sup>1)</sup>。実際の感染者発生の病室分布の集積度に対して、同じ数の感染者を乱数により感染者をランダムに分布させるシミュレーションを行い平均の集積度を算出し比較した。実際の集積度がシミュレーションによる平均の集積度を大きく上回っていれば、感染者発生分布はランダムではなくて集中していると考えられ院内感染の度合いが強いと判断されるのである。

この研究では、感染者のランダムな分布による平均の集積度を解析的に求め、これをシミュレーションの結果と比較した。

## 2. モデルと集積度

病室数  $s$  の病棟に総数  $N$  人の入院患者がいる。この入院患者のうち  $n$  人が MRSA に感染しているとし、また、 $i$  番目の病室には  $m_i$  人の患者が入院しているとする。すなわち、

$$N = \sum_{i=1}^s m_i \quad (1)$$

である。いま、 $i$  番目の病室には  $n_i$  人の感染者がいるものとすれば

$$n = \sum_{i=1}^s n_i \quad (0 \leq n_i \leq m_i) \quad (2)$$

である。 $i$  番目病室に  $n_i$  人の感染者が発生する場合の数は

$$\binom{m_i}{n_i} = \frac{m_i!}{n_i!(m_i - n_i)!} \quad (3)$$

となる。

病棟内での感染者の集中の度合を集積度と呼び、集積度を感染者間の組合せの位置関係によって定まる基本集積度の総和であると定義する。すなわち、感染者間のすべての組合せの基本集積度の和が集積度である。

$i$  番目の病室に 1 人、 $j$  番目の病室に 1 人の感染者がいる場合の基本集積度を  $J_{ij}$  とする。したがって、 $i$  番目の病室に  $n_i$  人、 $j$  番目の病室に  $n_j$  人の感染者がいる場合の基本集積度の和は

$$J_{ij}n_i n_j \quad (4)$$

となる。また、 $i$  番目の病室に 2 人の感染者がいる場合の基本集積度を  $J_{ii}$  とすると、 $i$  番目の病室に  $n_i$  人の感染者がいる場合の基本集積度の和は、 $n_i$  の内から 2 人の対の組み合わせが

$$\binom{n_i}{2} = \frac{1}{2} n_i(n_i - 1) \text{ であることを考慮すると}$$

$$\frac{1}{2} J_{ii} n_i(n_i - 1) \quad (5)$$

となる。

したがって、 $i$  番目 ( $i=1, 2, \dots, s$ ) の病室に  $n_i$  人の感染者がいる場合の総集積度  $DC$  はある特定の感染者に対して

$$DC = \frac{1}{2} \sum_i J_{ii} n_i (n_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} n_i n_j \quad (6)$$

となる。感染者数  $n_i$  ( $i=1, 2, \dots, s$ ) だけを指定した場合の  $DC$  の和は

$$\sum DC = \left\{ \frac{1}{2} \sum_i J_{ii} n_i (n_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} n_i n_j \right\} \times \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \right\} \quad (7)$$

となる。さらに、各  $n_i$  を指定しないでその和  $n_1 + n_2 + \dots + n_s = n$  だけを指定した場合の  $DC$  の総和  $Z_n$  は

$$Z_n = \sum_{\{n_1 + n_2 + \dots + n_s = n\}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_i J_{ii} n_i (n_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} n_i n_j \right\} \times \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \right\} \quad (8)$$

で与えられる。総感染者数  $n$  だけを指定した場合の平均の  $DC$  は、 $Z_n$  を  $n$  だけを指定した場合の総数  $W_n$  で除すれば求められる。

$$\overline{DC} = \frac{Z_n}{W_n} \quad (9)$$

ここに、 $W_n$  は

$$W_n = \sum_{\{n_1 + \dots + n_s = n\}} \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \right\} \quad (10)$$

で求められる。

### 3. $Z_n$ の計算方法

式(8)は一般に次の型をしている。

$$Z_n = \sum_{\{n_1 + \dots + n_s = n\}} J(n_1, n_2, \dots, n_s) \quad (11)$$

このような型の計算は  $n_i$  についての制限  $n_1 + n_2 + \dots + n_s = n$  のため簡単に求まらない。そこで  $n_i$  についての制限をはずすため

$$E(\lambda) = \sum_n Z_n \lambda^n \quad (|\lambda| < \lambda_0 \text{ で } E(\lambda) \text{ は収束する}) \quad (12)$$

について計算する。 $E(\lambda)$  が  $\lambda$  の関数として求められれば逆変換

$$Z_n = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{E(\lambda)}{\lambda^{n+1}} d\lambda \quad (13)$$

によって、 $Z_n$  が算出される。ここに、複素積分は  $|\lambda| < \lambda_0$  で原点を一周する。ここで、二重和  $\sum_{n=0}^N \sum_{\{n_1 + \dots + n_s = n\}}$  は  $n_1, n_2, \dots, n_s$  の制限のない  $s$  重和  $\sum_{n_1=0}^{m_1} \sum_{n_2=0}^{m_2} \dots \sum_{n_s=0}^{m_s}$  に等しいことを考慮すると、(12) は

$$E(\lambda) = \sum_{n_1=0}^{m_1} \sum_{n_2=0}^{m_2} \dots \sum_{n_s=0}^{m_s} \left\{ \frac{1}{2} \sum_i J_{ii} n_i (n_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} n_i n_j \right\} \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \lambda^{n_k} \right\} \quad (14)$$

と变形できる。

(14) 式の第 1 項の  $i$  和の 1 つおよび第 2 項の  $(i, j)$  和の 1 つはそれぞれ

$$\sum_{n_1=0}^{m_1} \dots \sum_{n_s=0}^{m_s} \frac{1}{2} J_{ii} n_i (n_i - 1) \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \lambda^{n_k} \right\} = \frac{1}{2} J_{ii} m_i (m_i - 1) \lambda^2 (1 + \lambda)^{N-2} \quad (15)$$

$$\sum_{n_1=0}^{m_1} \cdots \sum_{n_s=0}^{m_s} \frac{1}{2} J_{ii} n_i n_j \left\{ \prod_{k=1}^s \binom{m_k}{n_k} \lambda^{n_k} \right\} = J_{ii} m_i m_j \lambda^2 (1+\lambda)^{N-2} \quad (16)$$

となる。(15), (16)式から(14)式は

$$\begin{aligned} E(\lambda) &= \left\{ \sum_i \frac{1}{2} J_{ii} m_i (m_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} m_i m_j \right\} \lambda^2 (1+\lambda)^{N-2} \\ &= J \lambda^2 (1+\lambda)^{N-2} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここに

$$J = \sum_i \frac{1}{2} J_{ii} m_i (m_i - 1) + \sum_{(i,j)} J_{ij} m_i m_j \quad (18)$$

は、入院患者全員が感染したと仮定したときの集積度であり、実際の感染者の数・配置に関係しない定数である。したがって、 $Z_n$  は公式(13)を用いて次のように計算される。

$$\begin{aligned} Z_n &= \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{J \cdot \lambda^2 (1+\lambda)^{N-2}}{\lambda^{n+1}} d\lambda \\ &= \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=0}^{N-2} \binom{N-2}{k} \oint \lambda^{k-n+1} d\lambda \\ &= J \binom{N-2}{n-2} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\phi(\lambda) = \sum_{n=0}^N W_n \lambda^n = (1+\lambda)^N \quad (20)$$

となり、 $W_n$  は

$$W_n = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\phi(\lambda)}{\lambda^{n+1}} d\lambda = \binom{N}{n} \quad (21)$$

となる。

#### 4. 理論的な平均 $DC$ と $J$ の値

$$\overline{DC} = \frac{Z_n}{W_n} = \frac{J \binom{N-2}{n-2}}{\binom{N}{n}} = J \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \quad (22)$$

この結果は、入院患者の全ペアに対する感染者の全ペアの割合に  $J$  を乗じたものが平均の  $DC$  に等しいことを示している。

各病室に  $m$  人の患者が入院している場合

$$J = \frac{1}{2} m(m-1) \sum_i J_{ii} + m^2 \sum_{(i,j)} J_{ij} \quad (23)$$

$$J_{ii} = J_0 \quad (24)$$

病室の総数を  $s$  とし、第 1 最近接 (隣室) の病室のペアの総数を  $\frac{1}{2} s z_1$ 、第 2 最近接の病室の

ペアの総数  $\frac{1}{2}sz_2$  とする。第 1, 第 2 最近接病室間の基本集積度をそれぞれ  $J_1, J_2$  とする

$$J = \frac{1}{2}m(m-1)sJ_0 + \frac{1}{2}m^2s(J_1z_1 + J_2z_2) \quad (25)$$

となる。ここで、第 3 以上の最近接病室間の基本集積度を 0 とした。

#### s 室が互いに向かい合っている病棟の場合

$$J = \frac{1}{2}m(m-1)sJ_0 + m^2\left\{\left(\frac{3}{2}s-2\right)J_1 + (s-2)J_2\right\} \quad (26)$$

となるので、(22)式は

$$\overline{DC} = \left[ \frac{1}{2}m(m-1)sJ_0 + m^2\left\{\left(\frac{3}{2}s-2\right)J_1 + (s-2)J_2\right\} \right] \frac{n(n-1)}{ms(ms-1)} \quad (27)$$

$$= \left\{ \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{m}\right)sJ_0 + \left(\frac{3}{2}s-2\right)J_1 + (s-2)J_2 \right\} \frac{n(n-1)}{s(s-1/m)} \quad (28)$$

となる。式(28)は、 $m \gg 1$  のとき  $\overline{DC}$  は病室数  $s$  と感染者数  $n$  だけに関係し、 $m$  には関係しない。

## 5. 多項分布による平均集積度の計算

基本集積値は同室を  $J_0$ 、両隣および向いの室を  $J_1$ 、斜向いの室を  $J_2$  とする。他は 0 とする。今、 $N$  個の病室があり、これに乱数を使って  $n$  人の感染者を配置する。あらゆる配置に対する集積度の平均値  $\overline{DC}$  を求める。

乱数を 1 つ発生させては病室を決め感染者 1 人を配置する。このような方法で  $n$  個の病室に配置していくと、同じ型の配置の数は多項分布をする。この場合の平均集積度  $\overline{DC}$  は

$$\overline{DC} = \sum_{\text{全ての配置組合せ}} \{J_{ii}n_i(n_i-1) + 2J_{ij}n_i n_j\} \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_N!} p_1^{n_1} \cdots p_N^{n_N} \quad (29)$$

で与えられる。ここに、 $p_i$  は 1 人の感染者が  $i$  番目の病室を占める確率である。多項定理より

$$\sum_{(n_i)} \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_N!} p_1^{n_1} p_2^{n_2} \cdots p_N^{n_N} = (p_1 + p_2 + \cdots + p_N)^n \quad (30)$$

が成り立つ。この式は  $p_1, p_2, \dots, p_N$  が確率でなくても、どんな値でも成り立つ。上式を  $p_i$  で 2 回微分した後、両辺に  $p_i^2$  を乗して、

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_N = 1 \quad (31)$$

を用いると

$$\sum_{(n_i)} n_i(n_i-1) \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_N!} p_1^{n_1} p_2^{n_2} \cdots p_N^{n_N} = n(n-2)p_i^2 \quad (32)$$

が成り立つ。同様にして(30)を  $p_i$  と  $p_j$  で微分して

$$\sum_{(n_i)} n_i n_j \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_N!} p_1^{n_1} p_2^{n_2} \cdots p_N^{n_N} = n(n-1)p_i p_j \quad (33)$$

が成り立つ。

関係式(32), (33)を(29)に適用すると

$$\overline{DC} = \sum_{\{\text{全ての組合せ}\}} \{J_{ij}n(n-1)p_i^2 + 2J_{ij}n(n-1)p_ip_j\} \quad (34)$$

となる。ここに、確率  $p_i$  は

$$p_i = \frac{1}{N} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (35)$$

である。

### s室が互いに向かい合っている病棟の場合

この病棟では  $J_0$  は  $(2s)$  個,  $J_1$  は  $\{s+2(s-1)\}$  個および  $J_2$  は  $2(s-1)$  個であるので

$$\begin{aligned} \overline{DC} &= \{2sJ_0 + 2J_1(3s-2) + 2(s-1)2J_2\} n(n-1)p^2 \\ &= \frac{sJ_0 + (3s-2)J_1 + (2s-2)J_2}{2s^2} n(n-1) \end{aligned} \quad (36)$$

となる。

## 6. 感染者の病室分布が等確率で現れる場合（一様分布）の平均集積度

$s$  室同士が互いに向かい合っている病室の場合について考える。病室  $i$  に  $n_i$  人の感染者があるときの集積度を  $J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s)$  とする。

$n_i = i$  番目の病室にいる感染者の人数

$$\begin{aligned} J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s) &= J_0n_1(n_1-1) + J_0n'_1(n'_1-1) + 2J_1n_1n'_1 + 2J_1n_1n_2 + 2J_1n'_1n'_2 + 2J_2n'_1n_2 \\ &\quad + J(n_2, n'_2, \dots, n_s, n'_s) \end{aligned} \quad (37)$$

総感染者数が  $n$  人いるときの種々の分布の集積度の総和を  $Z_n$  とすると

$$Z_n = \sum_{\{\sum n_i = n\}} J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s) \quad (38)$$

となる。これを感染者  $n$  人を病室へ配置する数  $W_n$  で除すれば平均の集積度  $\overline{DC}$  が求まる。

ここでも、公式(12), (13)により  $E(\lambda)$  を用いて  $Z_n$  を算出する。

### $E(\lambda)$ の計算

$$\begin{aligned} E(\lambda) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_n \lambda^n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\{\sum n_i = n\}} J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s) \lambda^n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n_1}^{\infty} \cdots \sum_{n_s}^{\infty} \sum_{n'_s}^{\infty} J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s) \lambda^{n_1+n'_1+\cdots+n_s+n'_s} \\ &= F(s) \end{aligned} \quad (39)$$

式(37)を

$$J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s) = I(n_1, n'_1, n_s, n'_s) + J(n_2, n'_2, \dots, n_s, n'_s) \quad (40)$$

と書き表すと

$$\begin{aligned} I(n_1, n'_1, \dots, n_2, n'_2) &= J_0 n_1(n_1 - 1) + J_0 n'_1(n'_1 - 1) + 2J_1 n_1 n'_1 + 2J_1 n_1 n_2 \\ &\quad + 2J_1 n'_1 n'_2 + 2J_2 n_1 n'_2 + 2J_2 n'_1 n_2 \end{aligned} \quad (41)$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} F(s) &= \sum_{n_1} \sum_{n'_1} \cdots \sum_{n_s} \sum_{n'_s} \{I(n_1, n'_1, n_2, n'_2) + J(n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s)\} \lambda^{n_1, n'_1, \dots, n_s, n'_s} \\ &= \sum_{n_1} \sum_{n'_1} \sum_{n_2} \sum_{n'_2} I(n_1, n'_1, n_2, n'_2) \lambda^{n_1+n'_1+n_2+n'_2} \sum_{x_3} \sum_{x'_s} \lambda^{n_3+n'_3+\dots+n_s+n'_s} \\ &\quad + \sum_{n_1} \sum_{n'_1} \lambda^{n_1, n'_1} \sum_{n_2} \sum_{n'_2} \cdots \sum_{n_s} \sum_{n'_s} J(n_2, n'_2, \dots, n_s, n'_s) \lambda^{n_2+n'_2+\dots+n_s+n'_s} \\ &= (1-\lambda)^{4-2s} \sum_{n_1} \sum_{n'_1} \sum_{n_2} \sum_{n'_2} I(n_1, n'_1, n_2, n'_2) \lambda^{n_1+n'_1+n_2+n'_2} + (1-\lambda)^{-2} F(s-1) \end{aligned} \quad (42)$$

ここで、(41)を考慮すると

$$\sum_{n_1} \sum_{n'_1} \sum_{n_2} \sum_{n'_2} I(n_1, n'_1, n_2, n'_2) \lambda^{n_1+n'_1+n_2+n'_2} = (4J_0 + 6J_1 + 4J_2) \lambda^2 (1-\lambda)^{-6} \quad (43)$$

となるので

$$F(s) = (4J_0 + 6J_1 + 4J_2) \lambda^2 (1-\lambda)^{-2s-2} + (1-\lambda)^{-2} F(s-1) \quad (44)$$

が得られる。初期条件は

$$\begin{aligned} F(1) &= \sum_{x_s} \sum_{x'_s} (2J_1 n_s n'_s + J_0 n_s(n_s - 1) + J_0 n'_s(n'_s - 1)) \lambda^{n_s+n'_s} \\ &= (4J_0 + 2J_1) \lambda^2 (1-\lambda)^{-4} \end{aligned} \quad (45)$$

である。

ここで、

$$a = (1-\lambda)^{-2} \quad (46)$$

$$b = (4J_0 + 6J_1 + 4J_2) \lambda^2 \quad (47)$$

と置くと、(45)は

$$F(s) = a F(s-1) + b \cdot s^{s+1} \quad (48)$$

となり、これは次のように変形できる。

$$F(s) - b \cdot s \cdot a^{s+1} = a \{F(s-1) - 6 \cdot (s-1) a^s\} \quad (49)$$

ここで、

$$F^*(s) = F(s) - b \cdot s \cdot a^{s+1} \quad (50)$$

とおくと、漸化式(49)は

$$\begin{aligned} F^*(s) &= a F^*(s-1) \\ &= a^{s-1} F^*(1) \end{aligned} \quad (51)$$

となる。(50), (51)から

$$\begin{aligned} F(s) - b \cdot s \cdot a^{s+1} &= a^{s-1} (F(1) - b \cdot a^2) \\ &= -(4J_1 + 4J_2) \lambda^2 (1-\lambda)^{-2s-2} \end{aligned} \quad (52)$$

$$F(s) = \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \lambda^2 (1-\lambda)^{-2s-2} = \bar{F}(\lambda) \quad (53)$$

となる。公式(13)より

$$\begin{aligned}
 Z_n &= \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\Xi(\lambda)}{\lambda^{n+1}} \\
 &= \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{(1-\lambda)^{-2s-2}}{\lambda^{n-1}} d\lambda \\
 &= \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \frac{(2s+n-1)!}{(n-2)!(2s+1)!}
 \end{aligned} \tag{54}$$

場合の総数  $W_n$  の値は  $(2s)$  の病室に  $n$  人の感染者を配置する数であるから

$$W_n = \frac{(2s+n-1)!}{(2s-1)! n!} \tag{55}$$

となる。この結果を前節と同様に母関数  $\psi(\lambda)$  から求めることもできる。

$$W_n = \sum_{\{\sum x_i = n\}} 1 \tag{56}$$

$$\begin{aligned}
 \psi(\lambda) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n \lambda^n = \sum_{\{\sum n_i = n\}} \lambda^{n_1+n'_1+\dots+n_s+n'_s} = \sum_{n_1} \sum_{n'_1} \dots \sum_{n'_s} \lambda^{n_1+n'_1+\dots+n_s+n'_s} \\
 &= \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \right\}^{2s} = (1-\lambda)^{-2s}
 \end{aligned} \tag{57}$$

$$W_n = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{\psi(\lambda)}{\lambda^{n+1}} d\lambda = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{(1-\lambda)^{-2s}}{\lambda^{n+1}} d\lambda = \frac{(2s+n-1)!}{n!(2s-1)!} \tag{58}$$

理論的平均集積度  $\overline{DC}$  は  $Z_n / W_n$  で与えられるので

$$\begin{aligned}
 \overline{DC} &= \frac{Z_n}{W_n} = \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \frac{n!(2s-1)!}{(n-2)!(2s+1)!} \\
 &= \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \frac{n(n-1)}{2s(2s+1)}
 \end{aligned} \tag{59}$$

となる。

## 7. シミュレーション結果とまとめ

### 多項分布

多項分布  $2s$  の病室に  $n$  人の感染者がいる。病棟は  $2s$  の病室が互いに向かい合っている。 $n$  人の感染者は、 $n$  個の乱数を発生させ  $2s$  個の病室にランダムに配置する。ランダムの配置を 500 回行い  $DC$  の平均値を算出する。これを 10 回繰り返し、さらに平均をとる。これがシミュレーション値 (simulation) である。この結果を表 1 に理論値 (theory) と共に掲げてある。シミュレーション値 (simulation) と理論値 (theory) との一致度は大変よい。

$$\begin{aligned}
 DC(\text{theory}) &= \frac{sJ_0 + (3s-2)J_1 + (2s-2)J_2}{2s^2} n(n-1) \\
 J_0 &= 4, J_1 = 2, J_2 = 1
 \end{aligned} \tag{60}$$

一般公式 ( $N$ =病室数,  $n$ =感染者数)

$$DC(\text{theory}) = \sum_{(i,j)} \{J_{ii} + 2J_{ij}\} \frac{n(n-1)}{N^2} \tag{61}$$

### 一様分布

$2s$  の病室が互いに向かい合っている病棟に  $n$  人の感染者を配置する。 $n$  人配置パターンはどのパターンも同じ確率で現われるようシミュレートする。

全ての配置パターンについて  $DC$  を求め平均値を算出する。この結果によると simulation 値と理論値は当然のことながら完全に一致している。 $2s$ ,  $n$  が大きくなる配置のパターン数  $\binom{2s+n-1}{n}$  は急激に大きくなるのでシミュレーションの実行が不可能となる。そこで、配置のパターンをランダムに取り出して  $DC$  を算出するシミュレーション結果が表 2 である。この場合も simulation 値と理論値の一致度は良好である。

$$\overline{DC}(\text{theory}) = \{(4J_0 + 6J_1 + 4J_2)s - (4J_1 + 4J_2)\} \frac{n(n-1)}{2s(2s+1)} \quad (62)$$

この研究では平均集積度を理論的に導出するという基本的なものにとどめた。実用に向けては、病棟での集積度を算出し、これが平均集積度を上回る確率を求め信頼区間を定め、これが院内感染によるものか偶然によるものかの検定のできるシステムを開発することである。

表 1 多項分布による平均集積度

病室数	感染者数	平均集積度	
		simulation	theory
4	2	4.500	4.500
4	4	26.958	27.000
4	6	67.547	67.500
4	8	125.967	126.000
4	10	202.704	202.500
10	2	2.141	2.160
10	4	12.953	12.960
10	6	32.596	32.400
10	8	60.408	60.480
10	10	97.230	97.200
20	2	1.094	1.140
20	4	6.860	6.840
20	6	17.120	17.100
20	8	32.045	31.920
20	10	51.315	51.300

表 2 一様分布による平均集積度

病室数	感染者数	平均集積度	
		simulation	theory
10	2	2.740	2.691
10	4	16.112	16.145
10	6	40.130	40.363
10	8	75.796	75.345
10	10	121.394	121.091
20	2	1.464	1.467
20	4	8.658	8.800
20	6	21.811	22.000
20	8	40.763	41.067
20	10	65.987	66.000
30	2	1.014	1.006
30	4	5.940	6.039
30	6	15.195	15.097
30	8	28.180	28.181
30	10	45.157	45.290

### 参考文献

- 1) 佐藤和孝：学位論文（川崎医療福祉大学）