

動脈内血流速分布および圧勾配の推定

川崎医科大学 ME学教室

今村正敏, 伯耆徳武

梶谷文彦

(昭和54年4月19日受付)

Clinico-theoretical Analysis of Blood Velocity Profiles in Arteries of Normal Person and Patients with Aortic Valvular Diseases

Masatoshi Imamura, Noritake Hoki
and Fumihiko Kajiya

Department of Medical Engineering,
Kawasaki Medical School

(Accepted on April 19, 1979)

血流理論の病態生理学的な有用性を検討するために、圧勾配既知の場合の血流分布を理論的に解析した。対象としては、健常人及び大動脈弁閉鎖不全症、大動脈弁狭窄症を用い、Womersley によって提唱された Navier-Stokes の線形解を求めることによって、管内流速プロファイルを算出した。ついで、これらの解を実際に CW (continuous wave) 超音波ドップラー法にて測定した血流速と対比検討した。その結果

- (1) 大動脈弁閉鎖不全症にて得られる流速分布解は、高周波成分に富んだものであり、逆流も顕著にみられる。これに対して、大動脈弁狭窄症では流速変化はゆるやかであり、かつ逆流成分が少ないことが示された。健常人においては、両者の中間的な流れ方を示した。
- (2) このような理論解は、実際に超音波ドップラー法にて得られた血流分布をよく説明しえた。
- (3) 逆に計測された流速分布から圧勾配を計算すると、そのパターンは実測したものとよく一致することも確かめられた。

In order to evaluate clinico-theoretical correlation in vascular hemodynamics, blood velocity profiles were estimated from measured pressure gradient by a linear solution of Navier-Stokes equation proposed by Womersley. Normal cases and aortic valvular patients were subjected to the present analysis. The calculated blood velocity profiles were compared with the flow patterns measured by a continuous wave ultrasonic Doppler method. The results are as follows:

1. The velocity profiles calculated in cases with aortic regurgitation were rich

in high frequencies and reverse components compared with aortic stenosis. Normal cases were in-between.

2. The results by theoretical calculation showed a good agreement with measured ones.
3. The pressure gradient can be calculated from measured flow velocity by the inverse solution of Navier-Stokes equation.

1. 緒 言

心臓から駆出される血流は、脈管のもつ粘性管としての物理的特性と、テーパや分岐などの幾何学的構造特性によって種々の修飾をうけ末梢における圧脈波および流速脈波パターンを形成する。従って、これらの脈波や流速パターンを解析することによって、血管系のもつ物理的諸特性や臨床医学的に有用な情報を抽出しようと期待される。すなわち、血管内膜の病理的变化は、血管壁近くの流体力学的な影響が大きく、また狭窄後部拡張、血栓形成などの成因に流れの状況が大きく関与していることが指摘されており、医学分野においても流速分布の解析がこれらの病態の分析に重要な意義をもっている。しかし、流速分布についての実証的根拠をうるための計測技術の制約のため、この面での医学的応用は少なかった。

ところが、近年の超音波法を中心とする測定技術の発達によって、非侵襲的に血流速度の計測が可能となり、理論と計測を結合する clinico-theoretical な解析の発展が期待されるようになった。

そこで、本研究ではこのような観点からのアプローチとして Navier-Stokes 方程式についての Womersley¹⁾ による線形近似解を用いて、Continuous Wave (CW) 超音波ドプラ法による血流速度分布との比較、および血流速度データから血管内圧勾配を推定する試みを行なった。

2. 方 法

1. 血流速度パターンの計測

健康常例、大動脈弁閉鎖不全 (AI) および大動

脈弁狭窄症 (AS) 例を対象として、超音波ドプラ血流計 (日立メディコ製, EUD-4 型, 発振周波数 5 MHz), 平面探触子 ($\phi = 10$ mm) を用い、経皮的に血流速度を測定した。超音波ドプラ出力はサウンドスペクトログラム (リオン製 SG-07) によって描出した。

加藤²⁾ によれば

f_0 : 使用発振超音波周波数

f_d : ドプラ効果による周波数変化分

v : 対象血球の速さ

θ : 超音波ビームと血球運動方向のなす角度

C : 音速

N : 超音波反射源となる血液中の粒子数

V : ドプラ唸の出力電圧

とすると、

$$f_d = \frac{2v \cos \theta}{C} f_0 \dots \dots (1) \quad V \propto \sqrt{N} \dots \dots (2)$$

であるので、対象血管に対する超音波入射角を 60° とすると、血球速 v はドプラ周波数 1 KHz に対して 30 cm/sec として求めることができる。

出力をソナグラム表示すると、入射超音波ビームによってカバーされる対象領域内に含まれる超音波反射源となる全粒子の速度が描出され、かつ、その速度成分をもつ粒子数に比例した濃淡をもつパターンとして表現される (Fig. 1)。

2. 圧勾配の計測

圧勾配の計測には 8 F 左心カテーテル (クック製) を用い、レントゲン透視下で大動脈下行部で、血管長軸に沿って 5 cm 間隔で経時的に圧を心電図と同時記録し、ついで両測定部位間の圧差 Δp を距離 (1) で除して圧勾配 $\partial p / \partial z$ を求めた。

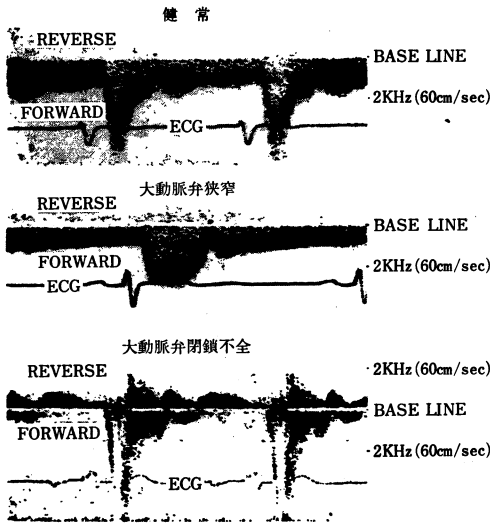


Fig. 1. 超音波ドプラ法による血流パターン

3. 血流分布の推定法

<血流分布の推定法>

管軸方向を z 軸, 管径方向を r 軸とする円柱座標 (r, θ, z) 上で, 血液が非圧縮性ニュートン流体, 流れが軸対称であると仮定すると, Navier-Stokes の方程式および連続の方程式は次のように表現される.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right) \dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \dots (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \dots (5)$$

ここで, v : 流体の r 方向速度成分, u : z 方向速度成分, ρ : 血液の密度, μ : 血液の粘性率, ν : 動的粘性率であり, μ/ρ と等価である. (3), (4) 式は非線形であるので, さらに血管を剛管かつ z 軸方向の流れの変化が無視しうるとすると, Womersley によれば, (3), (4), (5) は下式のように簡略化される. すなわち,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots (6)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \dots (7)$$

$\partial p/\partial z$ は心周期に応じた周期関数であるからフーリエ展開することによって,

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial z} &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \\ &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(-\frac{A_n}{2} + \frac{B_n}{2j} \right) e^{j\omega t} + \left(\frac{A_n}{2} - \frac{B_n}{2j} \right) e^{-j\omega t} \right] \dots (8) \end{aligned}$$

を得る.

u も周期関数であるから同様に

$$u = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (U_n e^{j\omega t} + \bar{U}_n e^{-j\omega t}) \dots (9)$$

と表現できる. ここで, U_n と \bar{U}_n は複素共役である. (8), (9) 式を (6) 式に代入して複素ベッセル型微分方程式をとけば, 管径方向各部位における流速 u は (10) 式で与えられることになる.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{A_0 R^2}{4\eta} (1-y^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^2}{\eta \alpha^2} \left[(A_n - h_0 A_n \cos \delta_0 + h_0 B_n \sin \delta_0) \sin \omega_n t \right. \\ &\quad \left. + (h_0 B_n \cos \delta_0 + h_0 A_n \sin \delta_0 - B_n) \cos \omega_n t \right] \dots (10) \end{aligned}$$

ここで, $y=r/R$, R : 血管半径, $\alpha = R\sqrt{\omega_n/\nu}$ である. また h_0, δ_0 は α および y の関数であり, それぞれ,

$$h_0 = M_0(\alpha y)/M_0(\alpha) \quad \delta_0 = -\theta_0(\alpha y) + \theta_0(\alpha)$$

と定義される. ここで M_0, θ_0 は McLachlan の表より求める. すなわち, 実測圧勾配をフーリエ交換を行なうことによって (8) 式の A_0, A_n, B_n を求め, これを (10) 式に代入すれば動脈内血流分布を求めることができる. なお, Womersley にならないフーリエ変換のハーモクス n は 6 までとした.

<動脈内圧勾配の推定法>

まず (10) 式をつぎのように変数変換する.

$$D_0 = \frac{A_0}{4\eta} R^2 (1-y^2) \dots (11)$$

$$D_n = \frac{R^2}{\eta \alpha^2} (h_0 B_n \cos \delta_0 + h_0 A_n \sin \delta_0 - B_n) \dots (12)$$

$$E_n = \frac{R^2}{\eta \alpha^2} (A_n - h_o A_n \cos \delta_o + h_o B_n \sin \delta_o) \dots\dots\dots(13)$$

このような置換のもとで、(10)式の $u(t)$ は

$$u(t) = D_o + \sum_{n=1}^{\infty} (D_n \cos \omega_n t + E_n \sin \omega_n t) \dots\dots\dots(14)$$

と表現できる。

そこで $u(t)$ をフーリエ変換して D_o, D_n, E_n を求め(12), (13)式の連立方程式を解き A_n, B_n を決定すれば、動脈内圧勾配は(8)式で与えられることになる⁴⁾。なお、圧勾配を推定するための血流速度は理論的には管径方向いずれの部位におけるものであってもさしつかえないが、本研究では原則として超音波ドプラ血流速度ソナグラム表示上の最大流速を中心流速として用い、順逆両方向の速度成分が混在するときは両者の平均値をもって中心流とした (Fig. 2)。

NORMAL SUBJECT Femoral Artery

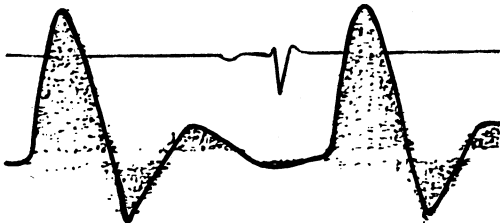


Fig. 2. 超音波ドプラ血流波形における中心流速の推定

3. 成績

1. 血流速度分布

血流速度分布のうち、定常流成分をのぞいた振動成分のみ注目すると、AI例では、一脈拍周期を通じて流速分布の変化が急峻で周期の後半部で著明な逆流相を示した (Fig. 3)。AS例では流速分布の変化はゆるやかでAIの例のような著明な逆流相を示さなかった (Fig. 4)。なお、健常例における周期前半の流速分布変化は、AS例とAI例の中間の様相を呈した。全例を通じ中心流速増加時には台形様の流速分布を示した。また、血流方向の転向は中心流に比して血管壁近くにおいて早期におこり、前進流

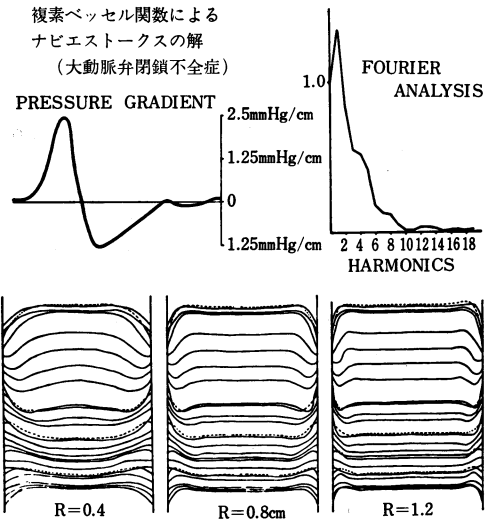


Fig. 3. 下行大動脈部位における実測圧較差 (図左上) より計算した流速分布(AI)

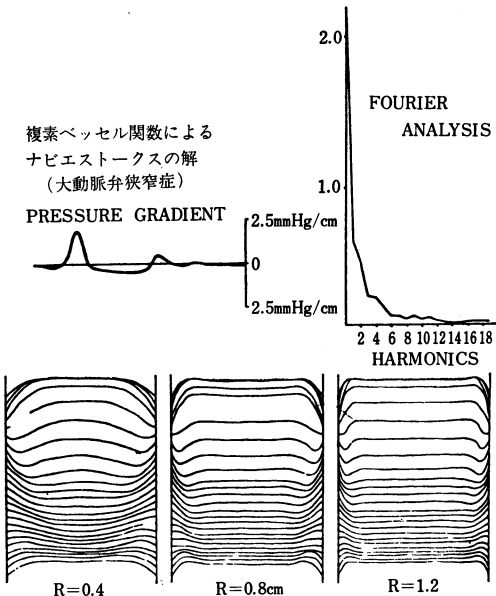


Fig. 4. 下行大動脈部位における実測圧較差 (図左上) より計算した流速分布(AS)

と逆流が同時に混在する時相を経て、全体の流れ方向が変化した。また、血管半径の増加は粘性の増加と計算上等価であるが、これらの因子の増加に従い、流速分布の平坦化がみられた。

すでに述べたように、本研究では定常成分を除いて振動成分のみをディスプレイしている。したがって、実際の波形はこれに(10)式右辺

第1項の定常項を加えたものになり、中心部の流速はかなり増加する。

2. 圧勾配の推定

本法の妥当性を検討するために、McDonald³⁾によるイヌ大腿動脈での実測流速波形を用いて圧勾配を求め、実測圧勾配と比較した(Fig. 5)。本法によって求めた圧勾配は McDonald の実測値より位相が進んでいるが、パターンはほぼ一致した。両者の位相のずれは実測流速と圧勾配の0点をそろえたことに起因するものであり、したがって本法の精度は実用的にさしつかえないものと考えられる。

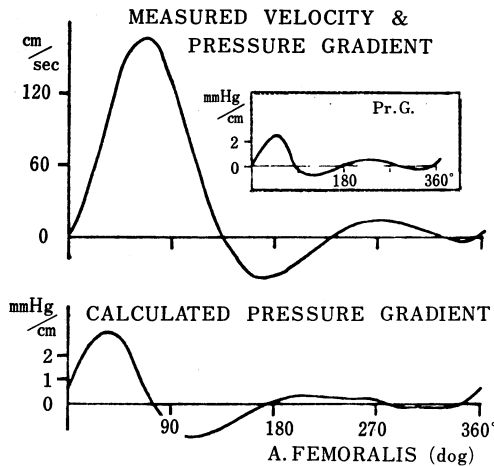


Fig. 5. McDonald によるイヌ大腿動脈中心流速を用いて計算した圧勾配(長方形で囲んだ圧勾配は McDonald による同部位における実測値)

つぎに、AI 例および AS 例について、大腿動脈の圧勾配を求めたところ、AI 例では AS 例に比して圧勾配の絶対値が大きく、高周波成分にとんでおり、波形的にも AI 例では急速、AS 例ではゆるやかな圧勾配変化を示した。健常例では両病的状態の中間的な圧勾配を示し、ほぼイヌの大腿動脈で求めたものと類似したパターンを得た(Fig. 6, 7)。

4. 考 察

超音波ドプラ法のソナグラム表示による血流パターンは、血管内における三次元的な流速分

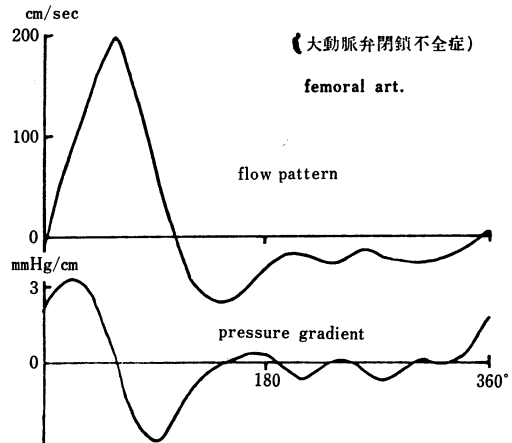


Fig. 6. 大動脈弁閉鎖不全症における大腿動脈実測中心流速と理論的に推定した圧勾配

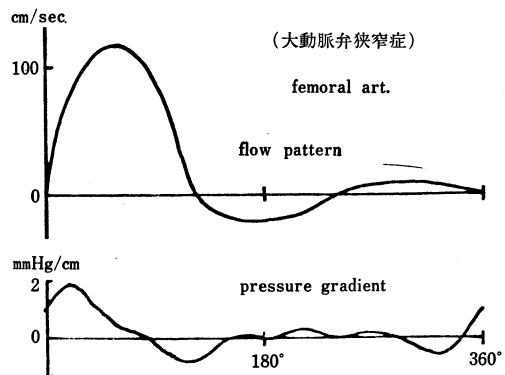


Fig. 7. 大動脈弁狭窄症における大腿動脈実測中心流速と理論的に推定した圧勾配

布の平面写影と考えられるから、理論的に求めた流速分布と一対一に対応づけることは困難である。しかし、流速分布の時間的な変化の観察が容易である中心流速について両者を比較すると、中心流速の計算結果とソナグラム上の最高流速の変化とは、たがいにより相関を示した。また、計算上から示唆される順流と逆流の混在の様子はソナグラム上のパターンでも認められた(Fig. 1 参照)

これらの知見から計算された流速分布は実際の血流速度分布を比較的忠実に表現しているものと判断される。

なお、本研究では Navier-Stokes の方程式に含まれている非線形項を省略した近似をおこなっているためこれによる誤差についての検討

が必要である。

非線形項について Anliker⁵⁾ および菅原⁶⁾ は非線形項を加えた Navier-Stokes に関する準一次方程式をそれぞれ数値解析, Riemann invariant を用いて解き, 脈波の steepening および peaking の現象が非線形項に起因しうることを証明した。さらに Ling⁷⁾ らも非線形項, 壁運動, テーパなどの各因子の意義を数値計算によって解析し, 非線形項を無視することによって全ての流速分布は放物線に似たパターンとなり, 中心流速では実測よりも2乃至4倍も大きく算出されるという結果をえた。この理由として彼らは Navier-Stokes 方程式において, 圧勾配と非線形項, 粘性項の均衡が保たれているが, 非線形項を無視すると, その分, 流速が増加することになるとしている。一方, Greenfield および Fry⁸⁾ は Womersley の理論によってもイヌの上行大動脈などでは定常流の補正によってパターンは比較的正しく修正され, 血管壁の伸展性, テーパの少ない血管では比較的良好なパターンが得られると述べている。このような非線形項を加味した血流理論より判断すると今回のわれわれの血流速度分布の解析は流れの振動成分のみに注目しているため非線形項無視による影響は少なかったものと思われる。しかし血管が剛管であるとの仮定は定常項を含めた流れの解析においてはかなり問題があり, 今後さらに検討を要する課題である。

一方, 圧勾配の推定についてはなお今後のデータ集積を必要とするが本法の利点は計算ステ

ップが少ないことであり, 中心流速を入力することによって容易に圧勾配が計算される。圧勾配の計算はそれを z で積分して積分定数を加えれば動脈内圧の推定に通じることになり, 臨床的な価値はさらに高まるものと思われる。また, 本法によって非侵襲的な圧勾配を推定すればそれを入力して動脈血流分布を推定することが可能である。ただし, 圧勾配の計算においては, 定常項を加えているので, Navier-Stokes 方程式の非線形項無視の影響が問題になる。すなわち圧勾配のパターン変化についての信頼性は保証されるが, 圧勾配の絶対値についての精度はあまり高くないと考えられる。したがって, 今後定常圧の補正法を検討する必要がある。普及しつつあるパルス・ドブラ法は測定対象領域空間をサンプリング・ボリュームとして設定可能であり, したがって任意の空間的流速分布を知り得るため, 血流速分布の理論的背景として期待され同時に各部位に対応する血流速が求められるので圧勾配定常項補正のためにも有効であると考えられる。また最近我々の開発したレーザドブラ血流速計⁹⁾ を用いれば数 10μ 径程度の微小サンプルボリュームでの血流速が精度よく求まり, 今後の理論的血流解析発展とともにより有効に臨床応用しうるものと期待される。

研究協力者

大阪大学医学部第一内科 井上 通敏

北畠 顕

阿部 裕

文 献

- 1) Womersley, J. R.: Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. *J. Physiol.* 127: 553—563, 1955
- 2) 加藤金正, 泉水朝見: 超音波血流計(ドブラ法)における逆流指示の一方法. 日本超音波医学会第20回研究会論文集 p.78, 1966
- 3) Hale, J. F., McDonald, D. A. and Womersley, J. R.: Velocity profiles of oscillating arterial flow, with some calculation of viscous drag and the Reynolds' number. *J. Physiol.* 128: 629—640, 1955
- 4) 梶谷文彦, 井上通敏, 稲田 紘, 伯耆徳武, 林 享, 堀 正二, 浅生雅人, 仁村泰治, 阿部 裕, 北畠 顕, 松尾裕英, 高杉成一, 古川俊之: 超音波ドブラ法を用いた非観血的動脈内圧較差の推定. *脈管学* 17: 45—47, 1977

- 5) Anliker, M. and Rockwell, R. L.: Non-linear analysis of aortic flow in living dogs. *Circulation Research* 33: 198—212, 1973
- 6) 菅原基晃, 桜井靖久, 井街 宏: 動脈中の脈波の非線形理論, *医用電子と生体工学*, 11 (3): 180—189, 1973
- 7) Ling, S. C. and Atabek, H. B.: Non linear analysis of aortic flow in living dog. *Circulation Research* 33: 198—212, 1973
- 3) Greenfield, J. C. and Fry, D. L.: Relationship between instantaneous aortic flow and the pressure gradient. *Circulation Research* 17: 340—348, 1965
- 9) 今村正敏, 伯耆徳武, 梶谷文彦: オプティカルファイバーによるレーザドップラー 血流計測に関する基礎的検討. *信学技報 MBE* 78—59: 49—58, 1978